Exercice 1 (www.mathematiques.ht.st)
Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire $X \sim U\left(\|5,10\|\right)$.

Exercice 2
On choisit au hasard un groupe d'élèves parmi les n élèves d'une classe (on peut ne prendre aucun élève, en choisir un ou plusieurs). Soit X la variable aléatoire discrète égale au nombre d'élèves choisis.
Déterminer la loi de X et calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 3
Un service après-vente dispose d'équipes de dépannage qui interviennent auprès de la clientèle sur appel téléphonique. Les appels se produisent de façon indépendante, et la probabilité qu'un retard se produise dans le dépannage à la suite d'un appel est $p = 0,25$.

1. Un même client a appelé le service à 8 dates différentes. Soit X le nombre de retards que ce client a subi.
   Définir la loi de probabilité de X. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
2. On considère un ensemble de 8 clients différents. 2 d'entre eux sont mécontents parce qu'ils ont subi un retard. On contacte 4 clients parmi les 8. Soit M le nombre de clients mécontents parmi les 4 contactés.
   Définir la loi de M. La donner explicitement. Calculer $E(M)$.

Exercice 4
Une piste rectiligne est divisée en cases numérotées $0, 1, 2, \ldots, n$, de gauche à droite. Une puce se déplace vers la droite de une ou deux cases au hasard à chaque saut. Au départ, elle est sur la case 0. Soit X_n la variable aléatoire égale au numéro de la case occupée par la puce après n sauts.

1. Déterminer la loi de X_1.
2. On appelle Y_n la variable aléatoire égale au nombre de fois où la puce a sauté d'une case au cours des n premiers sauts.
   Déterminer la loi de probabilité, l'espérance et la variance de Y_n.
3. Déterminer X_n en fonction de Y_n et en déduire la loi de probabilité de X_n, $E\left(X_n\right)$ et $V\left(X_n\right)$.

Exercice 5
2 joueurs lancent une pièce de monnaie parfaitement équilibrée, n fois chacun. On note X, Y le nombre de 'pi1e' obtenus respectivement par A, B.

1. Pour tout k dans $\{1, .., n\}$, calculer la probabilité de l'événement : $(X = k)$ et $(Y = k)$.
2. En déduire la probabilité que A et B obtiennent le même nombre de fois "pile'.

Exercice 6

1. Soit X une v.a.r suivant la loi uniforme sur $X(\Omega) = \{-1, 0, 1\}$. Soit $Y = X^2$
   Déterminer la loi du couple (X, Y). En déduire la loi de Y. Calculer $cov(X, Y)$.
   Que peut-on en conclure ?
2. Mêmes questions avec $X(\Omega) = \{-2, -1, 1, 2\}$.

Exercice 7
La loi conjointe du couple (X, Y) est donnée par :

$X\backslash Y$	0	1	2
0	1/20	1/4	0
1	17/60	1/4	1/6

Déterminer les lois marginales. X et Y sont-elles indépendantes ?
Calculer $E(X)$, $E(Y)$, $E(XY)$. Conclusion ?

Exercice 8
Soit X_1 et X_2 deux variables indépendantes et de même loi, avec :
$P(X_i = 0) = \dfrac{1}{6}$, $P(X_i = 1) = \dfrac{1}{3}$, $P(X_i = 2) = \dfrac{1}{2}$. Soit $S = X_1 + X_2$, $\quad P = X_1 X_2$.
Loi du couple (S, P). Lois marginales du couple (S, P). S et P sont-elles indépendantes ?
Calculer $E(S)$, $E(P)$, $V(S)$, $V(P)$, $cov(S, P)$.

Exercice 9
La loi conjointe du couple (X, Y) est donnée par : $(y \notin \{0, 1\})$

$X\backslash Y$	y	0	1
0	1/4	a	1/8
1	1/5	b	1/10

Déterminer a et b de manière que X et Y soient indépendantes.
Quelles seraient alors les lois conditionnelles de X pour les différentes valeurs de Y ?

Exercice 10

1. Un dé cubique D_1 comporte 3 faces marquées 1, 2 faces marquées 2, 1 face marquée 3. On lance le dé D_1, on note X_1 le nombre obtenu.
   Déterminer la loi de X_1 son espérance, sa variance.
2. Mêmes questions pour X_2 le nombre obtenu en lançant un dé D_2 comportant 3 faces marquées 4, 2 faces marquées 5, 1 face marquée 6.
3. On lance D_1 et D_2 simultanément, Calculer l'espérance de $Z = X_1 + X_2$.
   Vérifier en déterminant la loi de Z.

Exercice 11
n boîtes sont numérotées de 1 à n La boîte $n°k$ contient k boules numérotées de 1 à k. On choisit au hasard une boîte, puis une boule dans cette boîte Soient X et Y les numéros de la boîte et de la boule obtenus.
Loi du couple (X, Y). Calculer $P(X = Y)$. Loi de Y, $E(Y)$.