

Trigonométrie**Exercice 1**

Placer sur le cercle trigonométrique les points correspondants aux réels suivants

$$-\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{17\pi}{2}, \frac{19\pi}{6}, -\frac{39\pi}{4}.$$

Exercice 2

Placer sur un cercle trigonométrique les points correspondant aux réels suivants, $k \in \{0, \dots, 9\}$:

$$\frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}.$$

Exercice 3

Donner les valeurs exactes de $\cos(\frac{3\pi}{4})$, $\sin(\frac{4\pi}{3})$,

$$\tan(-\frac{\pi}{6}), \cos(\frac{19\pi}{6}), \sin(\frac{17\pi}{4}), \tan(\frac{20\pi}{3}).$$

Exercice 4

Exprimer en fonction de $\sin x$ et $\cos x$ les expressions suivantes :

$$(a) \sin(-x) + 2\sin(\pi - x), \quad (b) \cos(-x) + \cos(\pi + x),$$

$$(c) \sin(\frac{5\pi}{2} - x) + \cos(3\pi - x),$$

$$(d) \cos x \cos(\frac{5\pi}{2} + x) + \cos(x - \frac{7\pi}{2}).$$

Exercice 5

Représenter graphiquement les solutions des équations ou inéquations suivantes :

$$(a) \cos t > 0, \quad (b) \sin t \leq 0, \quad (c) \sin t > \frac{1}{3}.$$

Exercice 6

Résoudre dans $[0, 2\pi[$ les équations ou inéquations suivantes :

$$(a) \cos t = \frac{1}{2} \quad (b) \sin(4x) = \frac{1}{2}$$

$$(c) \sin x = \cos(3x) \quad (d) \tan 2x = 1,$$

$$(e) \cos(2x) \geq \frac{1}{2} \quad (f) \sin(2x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

$$(g) \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{3} - 2x)$$

$$(h) 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

$$(i) \sqrt{3}\tan(x - \frac{\pi}{6}) = 1$$

$$(k) 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 > 0$$

Exercice 7

Montrer que les fonctions suivantes sont périodiques de période T :

$$x \mapsto \cos(6x + 1) \quad x \mapsto \sin x \cos x \quad x \mapsto \sin(2\pi x)$$

$$T = \frac{\pi}{3} \quad T = \pi \quad T = 1$$

Exercice 8

Etudier la parité des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sin x + \cos x \quad g(x) = \frac{\sin 2x}{2x}$$

$$h(x) = x \tan x + \cos x \quad k(x) = 1 + \sin x$$

Polynômes**Exercice 9**

Quels sont les polynômes P de degré 4 tels que

$$\begin{cases} P \text{ soit une fonction paire} \\ \text{et } P(1) = 4 \text{ et } P(-2) = 31 \end{cases}$$

Exercice 10

Factoriser les polynômes suivants

$$1. P(x) = x^3 - 2x^2 - 11x + 12$$

$$2. Q(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$$

Exercice 11

Soit le polynôme $P(x) = 3x^4 + 12x^3 + 13x^2 + 4x + 4$.

Montrer que -2 est une racine de P de multiplicité 2 et factoriser P .

Exercice 12

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $P(x) = x^3 + (2 - 2a)x^2 + a(a - 4)x + 2a^2$ un polynôme.

Montrer a est une racine de P d'ordre de multiplicité au moins égale à 2 et factoriser P .

Exercice 13

1. Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme de degré 2 possédant deux racines réelles α et β .

- (a) Factoriser le polynôme P puis en développant l'expression obtenue, exprimer $\alpha + \beta$ et $\alpha\beta$ en fonction de a, b et c .
- (b) Réciproquement, soient α et β deux nombres réels tels que

$$\alpha + \beta = S \text{ et } \alpha\beta = P.$$

Montrer que α et β sont les racines du polynôme $P(x) = x^2 - Sx + P$.

(c) **Applications :**

Déterminer l'âge de Marc et Sophie sachant que Marc est le plus âgé, que la somme de leurs âges est égale 28 et le produit de leurs âges est égale à 192.

Résoudre les systèmes suivants

$$\begin{cases} \ln x + \ln y = 5 \\ \ln x \times \ln y = 4. \end{cases} \quad \begin{cases} e^x + e^y = \frac{7}{2} \\ e^{x+y} = \frac{5}{2}. \end{cases}$$

2. Soit $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polynôme de degré 3 possédant deux racines réelles α, β et γ .

- (a) Factoriser le polynôme P puis en développant l'expression obtenue, exprimer $\frac{b}{a}, \frac{c}{a}$ et $\frac{d}{a}$ en fonction de α, β et γ .

(b) **Applications :**

Déterminer tous les nombres x, y et z tels que

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ xy + yz + zx = -12 \\ xyz = -20 \end{cases}$$