

Exercice 1

On dispose de dix trolls T_1, \dots, T_{10} et de quatre grottes G_1, \dots, G_4 .

De combien de manières différentes peut-on placer les trolls dans les quatre grottes ?

Exercice 2

Un riche seigneur (en l'occurrence Sauron), sentant sa fin proche, fit venir ses trois Nazguls préférés (on ne le sait pas assez mais Sauron est un grand sentimental) et leur parla :

“Je possède douze contrées, j'en donne six à au capitaine et j'en donne trois à chacun des deux autres”. Combien existe-t-il de testaments possibles ?

Exercice 3

Le mage Gandalf veut placer huit parchemins dans onze coffres numérotés de 1 à 11. De combien de façon peut-il le faire s'il met dans chaque coffre :

1. au plus un parchemin et
 - (a) les parchemins sont tous différents ?
 - (b) les parchemins sont identiques ?
2. un nombre quelconque de parchemins (qui sont tous distincts) ?

Exercice 4

Six cavaliers du Rohan ont le choix de six tavernes pour giter ce soir. Ils choisissent chacun une taverne au hasard. Déterminer le nombre de solutions possibles si on suppose :

1. qu'il n'y ait aucune rencontre ?
2. que trois cavaliers se rencontrent et que les trois autres ne se rencontrent pas ?

Exercice 5

La bataille ayant bientôt lieu, le cuisinier de Sauron a sélectionné un échantillon de 120 trolls au régime.

Il constate que : 24 mangent le soir de l'orc grillé (au barbecue pour ménager leur cholestérol), 15 mangent le soir des hobbits saignants (ils aiment le moelleux), 6 mangent le soir des hobbits saignants et de l'orc grillé.

1. Combien de trolls
 - (a) mangent le soir des hobbits saignants ou de l'orc grillé.
 - (b) mangent le soir des hobbits saignants mais pas d'orc grillé.
2. On constitue un groupe de quatre trolls parmi les 120 de l'échantillon. Dénombrer les groupes tels que :
 - (a) aucun des quatre trolls ne mangent le soir des hobbits saignants ou de l'orc grillé.
 - (b) exactement trois trolls mangent le soir des hobbits saignants mais pas d'orc grillé.
 - (c) exactement trois trolls mangent le soir des hobbits saignants et un de l'orc grillé.

Exercice 6

Développer les calculs suivants :

$$a) (2x - 3)^5 \quad b) (4x + 5y)^3 \quad c) (x - 1)^7$$

Exercice 7

Calculer les sommes suivantes

$$A_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k \times 5^{n-k} \quad B_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} 3^k \times 7^{n-k} \quad C_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$$

$$D_n = \sum_{l=0}^n C_n^l p^l (1-p)^{n-l} \quad E_n = \sum_{j=0}^n (-1)^j C_n^j \quad F_n = \sum_{j=0}^n C_n^j$$