

**Exercice 1**

Déterminer les limites suivantes

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 + x\sqrt{x} + \ln x + \frac{1}{x}}{e^{3x} + e^{2x} + e^x + 1 + e^{-2x}}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 + x^2 + x\sqrt{x} + \ln x + \frac{1}{x}}{e^{3x} + e^{2x} + e^x + 1 + e^{-2x}}$

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x + 2$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x + 2$

5.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\frac{1}{1-x}}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} e^{\frac{1}{1-x}}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$

9.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

12.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

**Exercice 2**

Compléter les équivalents suivant

1.  $\sqrt{e^{2x} + e^x + 1} - e^x \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim}$

2.  $\sqrt{e^{2x} + e^x + 1} - e^x \underset{x \rightarrow -\infty}{\sim}$

3.  $\ln(e^x + e^{-x}) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim}$

4.  $x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim}$

5.  $x \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \underset{x \rightarrow 0^+}{\sim}$

6.  $\frac{1 - \cos(x^2)}{3x} \underset{x \rightarrow 0}{\sim}$

**Exercice 3**

Déterminer les développements limités à l'ordre 2 en 0 des fonctions suivantes :

1.  $a(x) = e^{-x} \frac{x}{1+x}$

2.  $b(x) = \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{1+2x}}{x}$

3.  $c(x) = \frac{e^x - 1}{x}$

4.  $e(x) = \ln(\cos 2x)$

5.  $g(x) = \frac{\sin x - x}{x^3}$

6.  $i(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{x}$

**Exercice 4**

Déterminer les limites suivantes

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - e^x + 1}{x^2}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{e^x - 1}$

5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - (1+x) \ln(1+x)}{x^2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x) - \sin x}{1 - \cos x}$

**Exercice 5**

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes et expliciter leurs asymptotes aux bornes de leurs domaines de définition respectives.

1.  $a(x) = x + \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

2.  $b(x) = \ln(e^{2x} + e^x + 1)$

3.  $c(x) = \ln\left(\frac{e^{2x} + 1}{e^x + 1}\right)$

4.  $d(x) = \ln(2^x + 3^x)$

5.  $e(x) = \frac{x^2 + x + 1}{|x| + 2}$

6.  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x$