Exercice 1
Représenter graphiquement les sous-ensembles suivants de $\mathbb{R}^2$

$$\begin{array}{l}
\mathcal{A} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } 3x + 2y = 5\} \\
\mathcal{B} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } 3x + 2y > 5\} \\
\mathcal{C} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } 3 < 3x + 2y \leqslant 5\} \\
\mathcal{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x^2 + y^2 \leqslant 4\} \\
\mathcal{E} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x - 1 \leqslant y \leqslant 1 - x^2\} \\
\mathcal{F} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } xy \geqslant 1\} \\
\mathcal{G} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x^2 + y^2 \leqslant 4, \quad x^2 + y^2 \geqslant 1 \text{ et } x + y \leqslant 2\} \\
\mathcal{H} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x^2 - y^2 = 0\}
\end{array}$$

Exercice 2
Donner les domaines de définition respectifs des fonctions suivantes puis représenter graphiquement ces domaine.

$$\begin{array}{ll}
a(x,y) = \dfrac{xy}{x+y} & e(x,y) = \ln(xy - 2) \\
b(x,y) = \dfrac{y\ln(x)}{x^4 + y^6 + 1} & f(x,y) = \dfrac{\sqrt{x - y + 2} + 1}{2x + 3y - 6} \\
c(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} & g(x,y) = \dfrac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2 - 9} \\
d(x,y) = \dfrac{x + y + 1}{\sqrt{x^2 + y^2}} & h(x,y) = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}
\end{array}$$

Exercice 3
Déterminer la ligne de niveau $f(x,y) = c$ où

$$\begin{array}{ll}
f(x,y) = (2x + 3y)^2 - (3x + 2y)^2 & \text{et } c = 0 \\
f(x,y) = 2e^{3x}e^{2y} + 2 & \text{et } c = 5 \\
f(x,y) = \dfrac{(x + y)^2}{x^2 + y^2} & \text{et } c = 1 \\
f(x,y) = \dfrac{2(x - 3)^2 + 1}{5 - (y + 1)^2} & \text{et } c = 2 \\
f(x,y) = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y} & \text{et } c = 2
\end{array}$$

Exercice 4
On considère la fonction $f(x,y) = x^2 + xy + y^2$.

1. Calculer les deux dérivées partielles du premier ordre de f.
2. Montrer qu'il existe un unique couple $(x_0,y_0) \in \mathbb{R}^2$ tels que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0) = 0$.

Exercice 5
On introduit la fonction $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 4yx + 4x - 2y - 8$

1. Calculer les dérivées d'ordre 1 et 2 de f.
2. Déterminer tous les couples $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 0$ puis représenter graphiquement cet ensemble

Exercice 6
Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 des fonctions

$$g : (x,y) \mapsto x(\ln y)^2 + y^2 \qquad \text{et } h : (x,y) \mapsto (\ln y)^2 + 2\ln y + x^2.$$

définies sur l'ensemble $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ y > 0\}$

Exercice 7
On pose $f(x,y) = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$.

1. Déterminer les dérivées partielles suivantes :

$$\begin{array}{lll}
\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y), & \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y), & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y), \\
\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y), & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y), & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y), \\
\dfrac{\partial^3 f}{\partial x^3}(x,y), & \dfrac{\partial^3 f}{\partial y^3}(x,y), & \dfrac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}(x,y) \\
\dfrac{\partial^3 f}{\partial y^2 \partial x}(x,y), & \dfrac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial x}(x,y), & \dfrac{\partial^3 f}{\partial y \partial x \partial y}(x,y)
\end{array}$$

2. Vérifier que $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) + \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 4f(x,y)$

Exercice 8
Calculer les dérivées partielles suivantes de la fonction $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$
$\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$.
En déduire la valeur de $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$