Exercice 1
Soit $f(x) = \dfrac{x}{x^2+x+1}$

1. Montrer que f réalise une bijection de $]-1,1[$ sur un intervalle J à expliciter. On note g sa réciproque.
2. Donner le domaine de définition de g ainsi que ses variations.
3. La fonction g est-elle dérivable en 0 ? en -1 ? Si oui, calculer les dérivées correspondantes.
4. Déterminer l'intervalle de dérivabilité de f.
5. Déterminer les points d'inflexions de f et déterminer la convexité de f.
6. Tracer dans un même repère $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$.

Exercice 2
Soit $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

1. Montrer que f réalise une bijection de l'intervalle $[3,+\infty[$ sur un intervalle G à expliciter. On note g sa réciproque.
2. Quel est le domaine de définition de g ? En quels points g est-elle dérivable ? Calculer $g'(0)$, $g'(3)$ et $g'(8)$.
3. Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty,3]$ sur un intervalle H à expliciter. On note h sa réciproque.
4. Quel est le domaine de définition de h ? En quels points h est-elle dérivable ? Calculer $h'(0)$, $h'(3)$ et $h'(8)$.
5. Représenter dans un même repère orthonormé $\mathcal{C}_f, \mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$.

Exercice 3
Soit $f(x) = -x^2 + 3x - \ln x$.

1. Montrer que f réalise une bijection de $[\frac{1}{2},1]$ sur un intervalle J à expliciter.
2. Quel est le sens de variations de f^{-1} ?
3. La fonction f^{-1} est-elle dérivable sur J tout entier ?
4. Etudier la convexité de f sur $[\frac{1}{2},1]$. Déterminer les points d'inflexions ainsi que les tangentes de $\mathcal{C}_f$ en ces point.
5. Représenter dans un même repère orthonormé $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$.

Exercice 4
On considère la foncion définie sur l'intervalle $]-1;1[$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{1-x^2}$

1. Montrer que f possède une réciproque f^{-1} et donner $\mathcal{D}_{f^{-1}}$.
2. Etudier la dérivabilité de f^{-1} sur son domaine de définition.
3. Quelle est l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$?
4. Quelle est l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{6}$?
5. Tracer $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$.

Exercice 5
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^x-1}{e^x+1}$.

1. Justifier que f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$, expliciter f'.
2. Dresser le tableau de variations de f (limites incluses).
3. Sur quels intervalles la fonction f est-elle convexe ? concave ? Déterminer les points d'inflexion de f.
4. Tracer dans un repère orthormée $\mathcal{C}_f$.
5. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle à expliciter.
6. En quel point sa réciproque est-elle dérivable ?
7. Calculer $(f^{-1})'(0)$, $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$ et $(f^{-1})'(-\frac{1}{4})$.
8. Déterminer $(f^{-1})'(x)$ lorsque f^{-1} est dérivable en x.
9. Soit $y \in f(\mathbb{R})$. Déterminer son antécédent par f. En déduire f^{-1}.
10. Retrouver directement les résultats des questions 3 et 4.
11. Tracer dans le même repère que la question 4 $\mathcal{C}_{f^{-1}}$

Exercice 6
Soit f la fonction définie $\forall x \in]0,+\infty[$, $\quad f(x) = x\ln x$.

1. Etudier les variations de f. La fonction f est-elle convexe ?
2. En déduire que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on explicitera.
3. En quel point f^{-1} est-elle dérivable ?
4. Calculer $(f^{-1})'(0)$. Calculer $f(e)$ et $f(\frac{1}{e})$. En déduire $(f^{-1})'(e)$ et $(f^{-1})'(-\frac{1}{e})$.
5. Tracer dans un même repère orthonormé $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$.