correction de l'exercice 1
On considère l'équation (E) suivante, où x et m sont deux réels.

$$(E) : mx^2 + x(2m-1) - 2 = 0.$$

1. Pour m fixé, déterminer les réels x satisfaisant à l'équation (E).
2. Pour x fixé, déterminer les réels m satisfaisant à l'équation (E).

correction de l'exercice 2
Simplifier les expressions suivantes

$$A = \frac{\exp(x^2)}{e^{2x}} \quad B = \exp(x^2+1) - (e^x)^2 \quad C = e^{3x} - e^{2x} - (e^x+1)(e^{2x}-1)$$
$$D = \frac{\ln 2x}{\ln x} \quad E = (\ln x)^2 - \ln(x^2) \quad F = \left[\exp\left(\frac{1}{2}\ln\left(x^2\right)\right)\right]^2$$

correction de l'exercice 3
Résoudre les équations suivantes :

$$(E_1) : 3x^4 + 5x^2 - 2 = 0 \quad (E_2) : (\ln x)^2 + 3\ln x + 2 = 0 \quad (E_3) : x = \sqrt{x} + 2$$
$$(E_4) : e^x + e^{-x} = 2 \quad (E_5) : e^{2x-2} + e^{x+1} - 2e^4 = 0$$
$$(E_6) : x^2 - 3x + 4 + \frac{8-6x}{x^2-2} = 0 \quad (E_7) : \frac{x^3+2x^2-x+1}{x-1} = 2 - x + x^2$$

correction de l'exercice 4
Résoudre les équations suivantes :

$$(S_1) : \begin{cases} 7x + 13y = \dfrac{2}{3} \\ -x + 8y = 1 \end{cases} \quad (S_2) : \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ xy = 2 \end{cases} \quad (S_3) : \begin{cases} e^x + e^y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

correction de l'exercice 5
1. Déterminer deux réels a et b tels que $a(x+1)(x+2) + b(x+2) = 3x^2 + 2x - 8$.
2. Déterminer deux réels a et b tels que $\dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x+1} = \dfrac{1}{x^2+x}$.
3. Déterminer trois réels a, b, c tels que
$$a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = (x+1)^2$$
4. Déterminer trois réels a, b, c tels que $\dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x+1} + \dfrac{c}{x+2} = \dfrac{1}{x(x+1)(x+2)}$.

correction de l'exercice 6
Résoudre les inéquations suivantes

$$(I_1) : x^3 + 5x \leqslant 6x \quad (I_2) : \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x(x-1)} \leqslant 1 \quad (I_3) : \frac{x}{x+1} \leqslant \frac{x+1}{x-1}$$
$$(I_4) : \ln(3x) \leqslant \ln(2x) \quad (I_5) : 3 \times 2^{3x-4} \geqslant 7^8 \quad (I_6) : 5\left(\frac{1}{3}\right)^x \leqslant 10^{-10}$$

correction de l'exercice 7
Calculer les dérivées des fonctions suivantes

$$a(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}} \quad b(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \quad c(x) = \ln(e^x + e^{-x})$$

correction de l'exercice 8
1. On pose $f(x) = \ln x - (x-1)$.
   Etudier les variations de f sur son domaine de définition.
   En déduire que $\forall x \geqslant 1, \quad \ln x \leqslant x - 1$.

2. Soient a et b deux réels strictement positifs. On pose $g(x) = \dfrac{a}{x} + \dfrac{x}{b}$
   Déterminer le minimum de g sur $\mathbb{R}_+^\times$.
   En déduire que $\forall x > 0, \quad \dfrac{a}{x} + \dfrac{x}{b} \geqslant 2\sqrt{ab}$

3. Démontrer que $\forall x \geqslant 0, \quad e^x \geqslant 1 + x$ puis que $\forall x \geqslant 0, \quad e^x \geqslant 1 + x + \dfrac{x^2}{2}$.

4. Montrer que $\forall x \in]0, \dfrac{1}{e}[, \quad -\dfrac{1}{e} < x \ln x < 0$.