

Exercice 1

On tire deux cartes dans un jeu de 32 cartes. On considère les ensembles suivants :

$A = \{ \text{les deux cartes tirées sont rouges} \}$,

$B = \{ \text{les deux cartes tirées sont un valet et un dix} \}$

$C = \{ \text{les deux cartes tirées sont des personnages} \}$

1. Que représente les ensembles suivants ?

a) \bar{A} b) $A \cap B \cap \bar{C}$ c) $(A \cap \bar{C}) \cap (B \cap \bar{C})$ d) $(A \cap B) \cap C$

2. Ecrire à l'aide des ensembles A, B, C les ensembles :

$F = \{ \text{les deux cartes tirées sont des figures et ne sont pas toutes les deux rouges} \}$

$G = \{ \text{on obtient au plus une figure} \}$

Exercice 2

Dans une boîte, il y a quatre jetons numérotés de 1 à 4.

On tire simultanément au hasard deux jetons

1. Donner tous les tirages possibles.

Pour la suite, on note $A = \{ \text{les deux jetons sont pairs} \}$.

2. Quels sont les tirages constituant les ensembles suivants : \bar{A} , " A ou \bar{A} ", $A \cap \bar{A}$.

3. On considère l'ensemble $C = \{ \text{la somme des chiffres notés sur les deux jetons est pair} \}$.

Quels sont les tirages constituant les ensembles suivants :

\bar{C} , $A \cup C$, " A et C ", " A ou \bar{C} ", $A \cap \bar{C}$.

Exercice 3

Soient A, B, C trois éléments de $\mathcal{P}(\Omega)$. Décrire à l'aide de A, B, C les ensembles suivants :

1. A : " seul A se réalise "

2. B : " A et B se réalisent mais pas C "

3. C : " Deux évènements au plus se réalisent "

4. D : " Deux évènements ou plus se réalisent "

Exercice 4

Un joueur A dispose d'une pièce. Pour tout entier naturel n , on note :

P_n l'évènement " le $n^{\text{ième}}$ lancer de la pièce fournit Pile "

F_n l'évènement "le $n^{\text{ième}}$ lancer fournit Face "

1. On suppose que le joueur lance 4 fois la pièce.

A l'aide des évènements $(P_n)_{n \geq 0}$ et $(F_n)_{n \geq 0}$, exprimer les évènements suivants :

(a) " obtenir au moins trois Piles "

(b) " obtenir au moins 2 faces successifs "

(c) " chaque fois que cela est possible, Face est suivi d'un Pile "

(d) "chaque fois que cela est possible, Face est suivi d'un Face"

2. Un second joueur B joue avec A au jeu suivant : le joueur A lance en premier la pièce. S'il obtient Pile, il gagne et le jeu s'arrête. Sinon, le joueur B lance la pièce. S'il obtient Face, il gagne et le jeu s'arrête. Sinon, le joueur A lance la pièce. S'il obtient Pile, il gagne, etc. Pour tout entier $k \in \mathbb{N}$, on note :

A_{2k+1} l'évènement : " le joueur A gagne au $(2k+1)^{\text{ième}}$ lancer de la pièce "

B_{2k+2} l'évènement : " le joueur B gagne au $(2k+2)^{\text{ième}}$ lancer de la pièce "

(a) Exprimer à l'aide des $(P_n)_{n \geq 0}$ et $(F_n)_{n \geq 0}$ les évènements :

$A_1, B_2, A_3, B_4, A_5, B_6$ puis, pour tout entier k , les évènements A_{2k+1} et B_{2k+2}

(b) On suppose en outre que chaque joueur ne peut faire plus de cinq lancers de pièces. A l'aide des évènements $(A_{2k+1})_{k \geq 0}$ et $(B_{2k+2})_{k \geq 0}$, exprimer les évènements suivants :

i. "le joueur A gagne en lançant moins de 3 fois la pièce "

ii. "il faut au moins 3 lancers à B pour gagner "

iii. " un des joueurs gagne avant le quatrième lancer de la pièce"

iv. " le joueur A gagne avant le joueur B "

v. "aucun joueur ne gagne le jeu "

vi. "un joueur gagne le jeu "

Exercice 5

Parmi les 38 élèves d'une classe, 31 étudient l'anglais, 24 étudient l'espagnol, 17 étudient l'allemand, 12 étudient l'anglais et l'allemand, 9 étudient l'espagnol et l'allemand et 4 étudient les trois langues. On suppose que tout élève de la classe étudie au moins une langue. Calculer le nombre d'élèves étudiant

a) l'anglais et l'espagnol b) l'anglais ou l'espagnol ? uniquement l'allemand ?

Exercice 6

Un parlement est constitué de 470 parlementaires. On procède à l'élection d'une commission de 5 membres. Chaque parlementaire vote pour 5 candidats. On suppose qu'il n'y a ni vote nul, ni abstention. On considère les 3 candidats A, B et C . 282 parlementaires ont voté pour A , 117 pour A et B , 105 pour A et C , 79 pour A, B et C , 117 pour B et C mais pas pour A , 27 pour C mais pas pour A ni pour B , 133 pour B mais pas pour A .

1. Calculer le nombre de parlementaires ayant voté :

a) pour A mais pas pour B . b) pour B . c) pour B et C . d) pour C .

2. Calculer le nombre de parlementaire n'ayant voté

a) pour A ou B ou C . b) ni pour A , ni pour B , ni pour C .