**Exercice 1**
Soit $f : x \mapsto \dfrac{x}{x^2+x+1}$

1. Montrer que $f$ réalise une bijection de $[-1,1]$ sur un intervalle $J$ à expliciter.
2. On note $g$ sa réciproque. Donner le domaine de définition de $g$ ainsi que ses variations.
3. La fonction $g$ est-elle dérivable en 0 ? en $\dfrac{1}{3}$ ? en $-\dfrac{2}{3}$ ? en $\dfrac{3}{13}$ ? en $-1$ ?
   Si oui, calculer les dérivées correspondantes.
4. Déterminer l'intervalle de dérivabilité de $g$.
5. Tracer dans un même repère $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$
   (on admettra que $f$ admet un et un seul point d'inflexion qui vaut $-0.35 \pm 10^{-2}$ et on supposera l'équation de la tangente en ce point est $y = 1,5x$, qu'avant ce point, la fonction est convexe, et qu'ensuite, elle est concave).

**Exercice 2**
Soit $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

1. Montrer que $f$ réalise une bijection de l'intervalle $[3, +\infty[$ sur un intervalle $G$ à expliciter. On note $g$ sa réciproque.
2. Quel est le domaine de définition de $g$ ? En quels points $g$ est-elle dérivable ? Calculer $g'(0)$, $g'(3)$ et $g'(8)$.
3. Montrer que $f$ réalise une bijection de $]-\infty, 3]$ sur un intervalle $H$ à expliciter. On note $h$ sa réciproque.
4. Quel est le domaine de définition de $h$ ? En quels points $h$ est-elle dérivable ? Calculer $h'(0)$, $h'(3)$ et $h'(8)$.
5. Représenter dans un même repère orthonormé $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$.

**Exercice 3**
Soit $f(x) = 6x^5 - 15x^4 + 10x^3 + 1$.

1. Montrer que $f$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$.
2. On note $g$ sa réciproque. Quel est le sens de variations de $g$ ?
3. La fonction $g$ est-elle dérivable sur $J$ tout entier ?
4. Représenter dans un même repère orthonormé $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

**Exercice 4**
On considère la foncion définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$.

1. Montrer que $f$ possède une réciproque $f^{-1}$ et donner $\mathcal{D}_{f^{-1}}$.
2. Etudier la dérivabilité de $f^{-1}$ sur son domaine de définition.
3. Quelle est l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ ?
   Quelle est l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{10}$ ?
4. Tracer $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$.

**Exercice 5**
Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

1. Justifier que $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$, expliciter $f'$.
2. Dresser le tableau de variations de $f$ (limites incluses) et tracer dans un repère orthormée $\mathcal{C}_f$.
3. Montrer que $f$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle à expliciter.
4. En quesl points sa réciproque est-elle dérivable ?
5. Calculer $(f^{-1})'(0)$, $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$ et $(f^{-1})'(-\frac{1}{4})$.
6. Déterminer $(f^{-1})'(x)$ lorsque $f^{-1}$ est dérivable en $x$.
7. Soit $x \in f(\mathbb{R})$. Déterminer son antécédent par $f$. En déduire $f^{-1}$.
8. Retrouver directement les résultats de la question 4.
9. Tracer dans le même repère que la question 4 $\mathcal{C}_{f^{-1}}$

**Exercice 6**
Soit $f$ la fonction définie $\forall x \in ]0, +\infty[, \quad f(x) = x \ln x$.

1. Etudier les variations de $f$.
2. En déduire que $f$ réalise une bijection de $\left[\dfrac{1}{e}, +\infty\right[$ sur un intervalle $J$ que l'on explicitera.
3. En quel point $f^{-1}$ est-elle dérivable ?
4. Calculer $(f^{-1})'(0)$. Calculer $f(e)$ et $f(e^2)$. En déduire $(f^{-1})'(e)$ et $(f^{-1})'(2e^2)$.
5. Tracer dans un même repère orthonormé $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_{f^{-1}}$.