1 Exercices

Exercice 1.1 Justifier que $< P, Q >= \int_0^1 P(x)Q(x)dx$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$
Orthonormaliser par Schmidt la famille $(1, X, X(X-1))$

Exercice 1.2 Justifier que $\int_0^1 \frac{P(t)Q(t)}{\sqrt{t}} dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$
Orthonormaliser par Schmidt $(1, X, X(X-1))$ si le produit scalaire est $< P, Q >= \int_0^1 P(t)Q(t)e^{-t}dt$

Exercice 1.3 Justifier que $\int_0^1 P(t)Q(t)dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$
Montrer que $\int_{-\infty}^{+\infty} P(t)Q(t)\exp(-t^2)dt$ est un produit scalaire puis orthonormaliser par Schmidt $(1, X, X(X-1))$

2 Indications

Indication pour l'exercice 1.1 : Justifier que $< P, Q >= \int_0^1 P(x)Q(x)dx$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$
Orthonormaliser par Schmidt la famille $(1, X, X(X-1))$

Indication pour l'exercice 1.2 : Justifier que $\int_0^1 \frac{P(t)Q(t)}{\sqrt{t}}dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$
Orthonormaliser par Schmidt $(1, X, X(X-1))$ si le produit scalaire est $< P, Q >= \int_0^1 P(t)Q(t)e^{-t}dt$

Indication pour l'exercice 1.3 : Justifier que $\int_0^1 P(t)Q(t)dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$
Montrer que $\int_{-\infty}^{+\infty} P(t)Q(t)\exp(-t^2)dt$ est un produit scalaire puis orthonormaliser par Schmidt $(1, X, X(X-1))$

3 Corrections

Correction de l'exercice 1.1 : Justifier que $< P,Q >= \int_0^1 P(x)Q(x)dx$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$

Orthonormaliser par Schmidt la famille $(1, X, X(X-1))$

Correction de l'exercice 1.2 : Justifier que $\int_0^1 \frac{P(t)Q(t)}{\sqrt{t}}dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$

Orthonormaliser par Schmidt $(1, X, X(X-1))$ si le produit scalaire est $< P,Q >= \int_0^1 P(t)Q(t)e^{-t}dt$

Correction de l'exercice 1.3 : Justifier que $\int_0^1 P(t)Q(t)dt$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}[X]$

Montrer que $\int_{-\infty}^{+\infty} P(t)Q(t)\exp(-t^2)dt$ est un produit scalaire puis orthonormaliser par Schmidt $(1, X, X(X-1))$