

1 Exercices

Exercice 1.1 Soit $k \in \mathbb{N}$.

1. On pose $S_k = \sum_{n=0}^{+\infty} \exp(-n^{1/k})$ et $I_k = \int_0^{+\infty} \exp(-t^{1/k}) dt$. Justifier l'existence des réels S_k et I_k .
2. Calculer I_k et donner un encadrement de S_k .

Exercice 1.2 1. Pour quelles valeurs du réel α l'intégrale $I_\alpha = \int_0^{+\infty} x^\alpha e^{-x} dx$ est-elle convergente ?

2. Pour quelles valeurs du réel α la série $\sum_n n^\alpha e^{-n}$ est-elle convergente ?

3. Donner un encadrement de $\sum_{n=0}^{+\infty} n^k e^{-n}$ lorsque $k \in \mathbb{N}$.

Exercice 1.3 1. Pour quelles valeurs du réel α les intégrales $I_\alpha = \int_0^1 \frac{\ln x}{x^\alpha} dx$ et $J_\alpha = \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} dx$ sont convergentes ?

2. Donner la nature de la série $\sum_n \frac{\ln n}{n^\alpha}$.

3. Calculer ces intégrales I_α et J_α lorsqu'elles sont convergentes.
Donner un encadrement de la somme $\sum_n \frac{\ln n}{n^2}$.

2 Indications

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

3 Corrections

Indisponible actuellement (mais cela va venir)