

1 Exercices

Exercice 1.1 Trouver le symétrique de Oz par rapport au plan (P) d'équation : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Exercice 1.2 Soient $(D_i)_{i=1\dots 4}$ quatre droites du plan sécantes deux à deux en six points distincts. Si deux d'entre elles se coupent en A et les deux autres en B , on dit que $[AB]$ est une diagonale. Montrer que les milieux des trois diagonales sont alignés

Exercice 1.3 Soient P_1, P_2, P_3, P_4 les plans d'équations respectives :

$$x + y = 1, \quad y + z = 1, \quad z + x = 1, \quad x + 3y + z = 0$$

et M le point de coordonnées $(1, 1, a)$.

Déterminer a pour que les symétriques de M par rapport aux quatre plans P_i soient coplanaires.

Exercice 1.4 1. Soient $(D_i : u_i x + v_i y + h_i = 0)_{i=1\dots 3}$ trois droites du plan.

Montrer qu'elles sont parallèles ou concourantes ssi $\begin{vmatrix} u_1 & v_1 & h_1 \\ u_2 & v_2 & h_2 \\ u_3 & v_3 & h_3 \end{vmatrix} = 0$.

2. Soient $(D_1 : x + 2y = 1)$, $(D_2 : x + y = 2)$, $(D_3 : 2x + y = 3)$, $(D_4 : 3x + 2y = 1)$.

Déterminer une équation de la droite D qui passe par $D_1 \cap D_2$ et $D_3 \cap D_4$ sans calculer ces points d'intersection.

Exercice 1.5 Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier et $k > 0$.

Etudier la nature de l'ensemble S_k des points dont la somme des distances aux quatre faces du tétraèdre est k^2 .

Exercice 1.6 Soient A, B, C trois points non alignés d'un plan affine.

Déterminer l'ensemble des points ayant mêmes coordonnées dans les repères $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $(B, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.

2 Indications

Indication pour l'exercice 1.1 :

Interpréter vectoriellement le symétrique par $\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{MS}$, où S est le symétrique et I est la projection orthogonale de M sur (P)

Indication pour l'exercice 1.2 :

Utiliser la caractérisation vectoriel de l'alignement

Indication pour l'exercice 1.3 :

Interpréter vectoriellement le symétrique par $\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{MS}$, où S est le symétrique et I est la projection orthogonale de M sur (P) pour en déduire les coordonnées des différents symétriques de M . Ensuite, quatre points sont coplanaires si et seulement les trois vecteurs engendrés sont liés et on utilise la caractérisation par le déterminant

Indication pour l'exercice 1.4 :

1. Si elles sont parallèles, elles ont le même vecteur directeur donc les vecteurs (u_i, v_i) sont proportionnels. Si elles sont concourantes, en notant A le point d'intersection, alors on a $M_i \in D_i$ ssi $\overrightarrow{AM_i}$ est colinéaire au vecteur (u_i, v_i) et utiliser une relation de Chasles sur $\overrightarrow{AM_3}$ est une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AM_1}$ et $\overrightarrow{AM_2}$
2. Utiliser la caractérisation précédente pour D et deux des droites

Indication pour l'exercice 1.5 : La distance d'un point à un plan est donnée par Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier et $k > 0$.

Etudier la nature de l'ensemble S_k des points dont la somme des distances aux quatre faces du tétraèdre est k^2 .

Indication pour l'exercice 1.6 :

$\vec{u}$ a pour coordonnées (x, y) dans le repère $(\vec{v}, \vec{w})$ ssi $\vec{u} = x\vec{v} + y\vec{w}$. Noter alors x, y les coordonnées de M , ce qui donne deux égalités vectorielles (une dans chaque repère), utiliser ensuite que $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA}$ pour aboutir à un système

3 Corrections

Correction de l'exercice 1.1 :

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

Correction de l'exercice 1.2 :

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

Correction de l'exercice 1.3 :

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

Correction de l'exercice 1.4 : Indisponible actuellement (mais cela va venir)**Correction de l'exercice 1.5 :** Indisponible actuellement (mais cela va venir)**Correction de l'exercice 1.6 :**

Indisponible actuellement (mais cela va venir)