

1 Exercices

Exercice 1.1 Soient $\vec{a}$ et $\vec{b}$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

On considère les équations suivantes

$$(E) : \vec{a} \wedge \vec{x} = \vec{b} \quad \text{et} \quad (H) : \vec{x} + \vec{a} \wedge \vec{x} = \vec{b}$$

1. Trouver des conditions nécessaires sur $\vec{a}$ et $\vec{b}$ pour que l'équation (E) puisse admettre des solutions.
2. Résoudre alors l'équation (E).
3. Résoudre l'équation (H).

Exercice 1.2 On considère dans $\mathbb{R}^3$ la droite D d'équation $3x + y - 2z = 1$ ainsi que le point $A(1, 1, 1)$

1. Déterminer la distance de A à D .
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de A sur D
3. Déterminer les coordonnées du symétrique orthogonal de A par rapport à D .

Exercice 1.3 Soit $\lambda \in \mathbb{R}$, on considère la droite D_λ d'équation cartésienne

$$(1 - \lambda^2)x + 2\lambda y = 4\lambda + 2$$

Montrer qu'il existe un point équidistant à toutes les droites D_λ , λ parcourant $\mathbb{R}$.

Exercice 1.4 Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier et $k > 0$.

Etudier la nature de l'ensemble S_k des points dont la somme des distances aux quatre faces du tétraèdre vaut k^2 .

Exercice 1.5 Dans $\mathbb{R}^3$ muni du repère orthonormé usuel, on considère les plans

$$\begin{aligned} P_1 : x + y &= 1 \\ P_2 : y + z &= 1 \\ P_3 : z + x &= 1 \\ P_4 : x + 3y + z &= 0 \end{aligned}$$

ainsi que le point $A(1, 1, \lambda)$.

1. Calculer les coordonnées des projetés orthogonaux A_i de A sur P_i pour $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.
2. Donner une condition nécessaire et suffisante sur λ pour que les projections de A sur les quatre plans soient coplanaires.
3. Déterminer λ pour que les symétriques orthogonaux de A par rapport aux quatre plans P_i soient coplanaires.

2 Indications

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

3 Corrections

Indisponible actuellement (mais cela va venir)