

1 Exercices

Exercice 1.1 Résoudre l'équation différentielle $|x| y'(x) - 2y(x) = x^4$.

Exercice 1.2 1. Décrire la nature de la courbe suivante et la tracer : $3x^2 + 7y^2 - 3x + 14y - 5 = 0$

2. Décrire la nature de la courbe suivante : $3x^2 - 2xy + 7y^2 - 3x + 14y - 5 = 0$

Exercice 1.3 Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$

Exercice 1.4 On considère dans $\mathbb{R}^3$ le point $A(1, 1, 1)$

1. Déterminer l'équation du plan D passant par les trois points $M_1(0, 1, 0)$, $M_2(1, 0, 1)$, $M_3(1, -2, 0)$

2. Déterminer la distance de A à D .

3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal P de A sur D

4. Justifier que $(A, \overrightarrow{AM_1}, \overrightarrow{AM_2}, \overrightarrow{AM_3})$ est un repère et donner les coordonnées de P dans ce repère

Exercice 1.5 1. Décrire la nature de la courbe suivante et la tracer : $9y^2 + 4x^2 - 6y - x - 5 = 0$.

2. Décrire la nature de la courbe suivante : $9y^2 + 12xy + 4x^2 - 6y - x - 5 = 0$.

Exercice 1.6 On dispose d'un ensemble fini Ω composé uniquement de r éléments A et de s éléments B.

1. En dénombrant les ensembles à p éléments de Ω , calculer la somme $S = \sum_{k=0}^p \binom{r}{k} \binom{s}{p-k}$ lorsque $p \leq \min(r, s)$.

2. En déduire la valeur de $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$

3. Calculer la somme correspondante à la question 1 lorsque $p > \min(r, s)$

Exercice 1.7 Résoudre l'équation différentielle $(E) : y''(t) - y'(t) - 6y(t) = e^{3t}$

Exercice 1.8 On considère une parabole $(\mathcal{P})$.

Déterminer l'ensemble des points du plan d'où l'on peut mener deux tangentes orthogonales à $(\mathcal{P})$.

Exercice 1.9 Soit $b \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que pour tout entier n , il existe un entier N et une suite $(a_k)_{k \in [0, N]}$ appartenant à $\llbracket 0, b-1 \rrbracket$ telle que

$$n = \sum_{k=0}^N a_k b^k$$

2. Montrer l'existence d'une suite $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ appartenant à $\llbracket 0, b-1 \rrbracket$ telle que

$$\frac{1}{n} = \lim_{N \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^N a_k b^k$$

3. Calculer cette suite lorsque $b = 3$ et $n = 2$

2 Indications

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

3 Corrections

Indisponible actuellement (mais cela va venir)