1 Exercices

Exercice 1.1 On considère dans $\mathbb{R}^3$ la droite D d'équation $3x + y - 2z = 1$ ainsi que le point $A(1, 1, 1)$

1. Déterminer la distance de A à D.
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de A sur D
3. Déterminer les coordonnées du symétrique orthogonal de A par rapport à D.

Exercice 1.2 Soient $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^3$.
On considère les équations suivantes

$$(E) : \overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b} \quad \text{et} \quad (H) : \overrightarrow{x} + \overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$$

1. Trouver des conditions nécessaires sur $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ pour que l'équation (E) puisse admettre des solutions.
2. Résoudre alors l'équation (E).
3. Résoudre l'équation (H).

Exercice 1.3 Soit $\lambda \in \mathbb{R}$, on considère, dans le plan $\mathbb{R}^2$, la droite D_λ d'équation cartésienne

$$(1 - \lambda^2)x + 2\lambda y = 4\lambda + 2$$

1. Soit A un point du plan. Déterminer la distance de A à D_λ.
2. Montrer qu'il existe un unique point A_0 tel que la distance de A_0 à toutes les droites D_λ soit constante.
   Expliciter les coordonnées de ce point ainsi que la constante.

Exercice 1.4 Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier et $k > 0$.
Etudier la nature de l'ensemble S_k des points dont la somme des distances aux quatre faces du tétraèdre vaut k^2.

Exercice 1.5 Dans $\mathbb{R}^3$ muni du repère orthonormé usuel, on considère les plans

$$\begin{array}{c} P_1 : x + y = 1 \\ P_2 : y + z = 1 \\ P_3 : z + x = 1 \\ P_4 : x + 3y + z = 0 \end{array}$$

ainsi que le point $A(1, 1, \lambda)$.

1. Calculer les coordonnées des projetés orthgonaux A_i de A sur P_i pour $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.
2. Donner une condition nécessaire et suffisante sur λ pour que les projections de A sur les quatre plans soient coplanaires.
3. Déterminer λ pour que les symétriques orthogonaux de A par rapport aux quatre plans P_i soient coplanaires.

2 Indications

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

3 Corrections

Indisponible actuellement (mais cela va venir)