

## 1 Exercices

**Exercice 1.1** On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Montrer que  $(A - 6I_3)(A^2 - 3I_3) = 0_3$ . En déduire  $A^n$  lorsque  $n \in \mathbb{Z}$

**Exercice 1.2** Calculer  $A^n$  lorsque

1.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & & (2) \\ & \ddots & \\ (2) & & 1 \end{pmatrix}_p$

**Exercice 1.3** Calculer  $A^n$  lorsque

1.  $A = (1)_p$

2.  $A = \begin{pmatrix} a & & (b) \\ & \ddots & \\ (b) & & a \end{pmatrix}_p$

## 2 Indications

**Indication pour l'exercice 1.1 :** On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Montrer que  $(A - 6I_3)(A^2 - 3I_3) = 0_3$ . En déduire  $A^n$  lorsque  $n \in \mathbb{Z}$

**Indication pour l'exercice 1.2 :** Calculer  $A^n$  lorsque

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & & (2) \\ & \ddots & \\ (2) & & 1 \end{pmatrix}_p$$

**Indication pour l'exercice 1.3 :** Calculer  $A^n$  lorsque

$$1. A = (1)_p$$

$$2. A = \begin{pmatrix} a & & (b) \\ & \ddots & \\ (b) & & a \end{pmatrix}_p$$

### 3 Corrections

**Correction de l'exercice 1.1 :** On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Montrer que  $(A - 6I_3)(A^2 - 3I_3) = 0_3$ . En déduire  $A^n$  lorsque  $n \in \mathbb{Z}$

**Correction de l'exercice 1.2 :** Calculer  $A^n$  lorsque

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & & (2) \\ & \ddots & \\ (2) & & 1 \end{pmatrix}_p$$

**Correction de l'exercice 1.3 :** Calculer  $A^n$  lorsque

$$1. A = (1)_p$$

$$2. A = \begin{pmatrix} a & & (b) \\ & \ddots & \\ (b) & & a \end{pmatrix}_p$$