

1 Exercices

Exercice 1.1 Montrer que la famille $\binom{x}{k}_{k \leq n}$ est une base de $\mathbb{R}_n[X]$

Exercice 1.2 Montrer que la famille $(X^k(1-X)^{n-k})_{k \leq n}$ est libre (le faire pour $n = 3$ au début)

Exercice 1.3 1. Montrer que l'équation $\frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{1}{n}$ admet une unique solution u_n

2. Monotonie de la suite u et calcul de sa limite.

3. Donner un $DL_1(0)$ de $\frac{x}{e^x - 1}$ puis en déduire un équivalent de u_n .

2 Indications

Indication pour l'exercice 1.1 : Montrer que la famille $\binom{x}{k}_{k \leq n}$ est une base de $\mathbb{R}_n[X]$

Indication pour l'exercice 1.2 : Montrer que la famille $(X^k(1-X)^{n-k})_{k \leq n}$ est libre (le faire pour $n = 3$ au début)

Indication pour l'exercice 1.3 :

1. Montrer que l'équation $\frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{1}{n}$ admet une unique solution u_n
2. Monotonie de la suite u et calcul de sa limite.
3. Donner un $DL_1(0)$ de $\frac{x}{e^x - 1}$ puis en déduire un équivalent de u_n .

3 Corrections

Correction de l'exercice 1.1 : Montrer que la famille $\binom{x}{k}_{k \leq n}$ est une base de $\mathbb{R}_n[X]$

Correction de l'exercice 1.2 : Montrer que la famille $(X^k(1-X)^{n-k})_{k \leq n}$ est libre (le faire pour $n = 3$ au début)

Correction de l'exercice 1.3 :

1. Montrer que l'équation $\frac{x}{e^x - 1} = 1 - \frac{1}{n}$ admet une unique solution u_n
2. Monotonie de la suite u et calcul de sa limite.
3. Donner un $DL_1(0)$ de $\frac{x}{e^x - 1}$ puis en déduire un équivalent de u_n .