

1 Exercices

Exercice 1.1 1. Résoudre l'équation différentielle $(E) : y''(t) - y'(t) - 6y(t) = e^{3t}$

2. On considère l'équation différentielle $(F) : x^2 y''(x) - 6y(x) = x^3$

On pose $z(t) = y(e^t)$.

(a) Montrer que z est solution d'une équation différentielle du second ordre.

(b) En déduire l'expression de $z(t)$ puis celle de $y(x)$

Exercice 1.2 On considère dans $\mathbb{R}^3$ le point $A(1, 1, 1)$

1. Déterminer l'équation du plan D passant par les trois points $M_1(0, 1, 0)$, $M_2(1, 0, 1)$, $M_3(1, -2, 0)$

2. Déterminer la distance de A à D .

3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal P de A sur D

4. Déterminer les coordonnées du symétrique orthogonal S de A par rapport à D .

5. Justifier que $(A, \overrightarrow{AM_1}, \overrightarrow{AM_2}, \overrightarrow{AM_3})$ est un repère et donner les coordonnées de P et S dans ce repère

Exercice 1.3 Résoudre l'équation différentielle $(E) : y'' + y' - 2y = xe^x$

Exercice 1.4 Soit $\lambda \in \mathbb{R}$, on considère, dans le plan $\mathbb{R}^2$, la droite D_λ d'équation cartésienne

$$(1 - \lambda^2)x + 2\lambda y = 4\lambda + 2$$

1. Soit M un point du plan $\mathbb{R}^2$. Calculer la distance $d_\lambda(M)$ du point M au plan D_λ .

2. Montrer qu'il existe un unique point M_0 telle que la fonction $\lambda \mapsto d_\lambda(M_0)$ soit constante.

Interpréter géométriquement ce résultat.

Exercice 1.5 Résoudre l'équation différentielle $|x| y'(x) - 2y(x) = x^4$.

Exercice 1.6 Dans $\mathbb{R}^3$ muni du repère orthonormé usuel, on considère les plans

$$\begin{aligned} P_1 : x + y &= 1 \\ P_2 : y + z &= 1 \\ P_3 : z + x &= 1 \\ P_4 : x + 3y + z &= 0 \end{aligned}$$

ainsi que le point $A(1, 1, \lambda)$.

1. Calculer les coordonnées des projetés orthogonaux A_i de A sur P_i pour $i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

2. Donner une condition nécessaire et suffisante sur λ pour que les projections de A sur les quatre plans soient coplanaires.

2 Indications

Indisponible actuellement (mais cela va venir)

3 Corrections

Indisponible actuellement (mais cela va venir)